

Aufgabe: Elektrische und magnetische Felder (Abi dezentral aus 2007)

Der Undulator

Im Forschungszentrum DESY in Hamburg wurde der Röntgenlaser XFEL 2017 in Betrieb genommen. Hier werden Elektronen, die in einem Linearbeschleuniger die kinetische Energie 10 MeV erhalten haben, durch eine Anordnung von Magneten, dem sog. "Undulator", in flache Schlingerbewegungen versetzt.

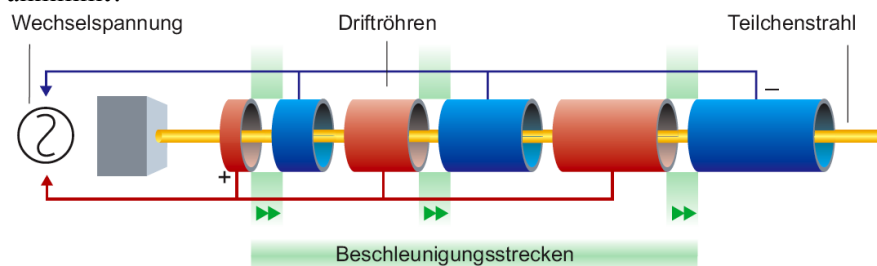


Die (ungenau) Abbildung zeigt ein Schema des Undulators mit mehreren scharf begrenzten, homogenen Magnetfeldern der Breite $a = 15 \text{ mm}$ sowie weitgehend feldfreien Lücken der Breite $b = 10 \text{ mm}$.

Die magnetische Feldstärke B beträgt in jedem Magnetfeldabschnitt $2,0 \text{ T}$. Der Einstrahlwinkel α der Elektronen nach dem ersten „halben“ Magneten ist so gewählt, dass der Strahl den Magnetfeldabschnitt jeweils gegenüber wieder ohne seitlichen Versatz verlässt.

Die beim Durchlaufen der Bahnkurven emittierte Synchrotronstrahlung soll zunächst unberücksichtigt bleiben.

- a) Zwischen den Driftröhren des vorgeschalteten Linearbeschleunigers herrscht eine mittlere elektrische Feldstärke von 20 MV/m . Berechnen Sie die dort auf ein Elektron wirkende mittlere Kraft. Warum erfährt das Elektron keine konstante Beschleunigung, auch wenn man die Feldstärke als konstant annimmt?



Bildquelle: DESY Hamburg

- b) Berechnen Sie das Verhältnis der Masse eines 10 MeV Elektrons nach Durchlaufen eines Linearbeschleunigers zu seiner Ruhemasse m_{e0} . Zeigen Sie durch eine Rechnung mit maximaler Genauigkeit, dass die Endgeschwindigkeit um lediglich etwa $0,12 \%$ von der Lichtgeschwindigkeit c abweicht.

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$e = 1,60217733 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9,1093897 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

- c) Die Elektronen durchlaufen im Bereich der Magnetfeldabschnitte jeweils einen Kreisbogen. Begründen Sie diese Bahnform und skizzieren Sie qualitativ die Gesamtbahn für drei Magnetfeldabschnitte in einer deutlicheren Zeichnung als das Bild oben. Zeichnen Sie auch die Richtung des Magnetfelds in den Magnetfeldabschnitten ein.
- d) Berechnen Sie nun für die gegebenen Daten

- a. den Bahnradius mit der Näherung $r \approx \frac{E_{kin}}{e \cdot c \cdot B}$
 - b. den Winkel α ,
 - c. die Laufzeit eines Elektrons in einem Segment aus einem Magnetfeldabschnitt und einer Lücke.
- e) Die bisher vernachlässigte Energieabstrahlung der Elektronen im Undulator soll nun betrachtet werden. Erklären Sie kurz, wodurch und wo genau sie entsteht. Geben Sie ein weiteres Beispiel an, bei dem Elektronen elektromagnetische Energie abstrahlen.

Erwartungshorizont zur Aufgabe 2 „Elektrische und magnetische Felder“

Angaben zum Unterricht:

Lehrbuch: Metzler Physik, 3.Aufl.

Die Auswirkung einer Kapazitätsänderung auf einen Ladungsausgleich wurde nicht thematisiert. Der Zusammenhang zwischen Bewegung der Membran und dem Ladestrom ist neu und stellt eine hohe Herausforderung dar. Eine präzise Lösung ist nicht einfach und kann hier nicht verlangt werden. Erklärungen sollen begründet formuliert werden.

Relativistische Rechnungen wurden im dritten Semester im Zusammenhang mit Teilchenbeschleunigern wiederholt. Die Formel für die relativistische kinetische Energie ist bekannt. Im dritten Semester wurden im Zusammenhang mit magnetischen Feldern Lorentzkraft und Kreisbahnen behandelt. Dabei wurden keine Winkelberechnungen durchgeführt.

Nr	Anmerkungen	Zuordnung zu den AB in BE		
		I	II	III
a)	Zuordnung zu den Anforderungsbereichen Hier muss die relativistische Massenzunahme erkannt und formuliert werden.			
	Erwartete Schülerleistung: F=QE, Q=-e, F=-3,204e-12N. (Das negative Vorzeichen ist hier unwichtig). Darstellung der Massenzunahme nach der speziellen Relativitätstheorie.	3	3	
b)	Zuordnung zu den Anforderungsbereichen: Auswählen und Verknüpfen von Daten, Fakten und Methoden eines abgegrenzten Gebiets			
	E=10MeV, $v = \sqrt{c^2 \left(1 - \left(\frac{m_0}{m}\right)^2\right)}$ mit $m = m_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$, v=2,9943797144978e8m/s, (1-v/c)*100%=0,118244%		4	
c)	Anwenden des Wissens über die Lorentzkraft auf diesen Fall, detaillierte Zeichnung (Kommunikation)			
	Die Lorentzkraft wirkt immer senkrecht zur Bewegungsrichtung und zur Magnetfeldrichtung. Das bewirkt eine Kreisbahn, da die Radialbeschleunigung gleich stark und immer senkrecht zur Bewegungsrichtung bleibt. Die Skizze sollte deutlich die Kreisbahnen im Magnetfeld sowie die geraden Strecken dazwischen zeigen. Der Winkel α und geometrische Betrachtungen sollten sichtbar sein.	4	4	
d)				
	$r=1,668\text{cm}$, $\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{2r}\right) = 26,74^\circ = 0,466765\text{rad}$, $s = B + l = \frac{2\pi r \cdot 2\alpha}{2\pi} + \frac{b}{\cos\alpha} = 1,5559\text{cm} + 1,1197\text{cm} = 3\text{cm}$. $t = \frac{s}{c} = 0,1\text{ns}$ in externer Zeit. ((($s = 2B + l = 2 \cdot \frac{4\pi r \alpha}{360^\circ} + b \cdot \cos\alpha = 10,4879\text{cm}$. $t = \frac{s}{v} = 0,35\text{ns}$)))	4		4
e)	Übertragen von Betrachtungsweisen und Gesetzen präzises Kommunizieren einfacher Argumente und Beschreibungen			
	Tangential in den Kurven, also im Magnetfeld, nach vorn gerichtet. Ursache: Beschleunigte Ladung. Anderer Fall: Röntgenröhre, TV, Synchrotron etc.		4	
	Summen	11	23	4
%	Prozent ca.	29	60	11